

Stand H (JV): Course des animaux Corrigé

Feuille réponse élèves (Correction) :

1 ^{ère} partie	<div>Classement final : (1 pt si les 6 sont classés)</div> <div>Exemple : Agneau / Corbeau / Renard / Tortue / Loup / Lièvre</div> <div>Nombre de tours de jeux : (1 pt si cohérent avec le classement et les règles)</div> <div>Même exemple :</div> <table><tr><td>Agneau</td><td>Corbeau</td><td>Lièvre</td><td>Loup</td><td>Renard</td><td>Tortue</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>8</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>						Agneau	Corbeau	Lièvre	Loup	Renard	Tortue	2	3	8	5	3	4
Agneau	Corbeau	Lièvre	Loup	Renard	Tortue													
2	3	8	5	3	4													
2 ^{ème} partie	<div>Gagnants et probabilité de gagner pour chacun des duels : (6×1 pt)</div> <table><tr><td>Le lièvre et la tortue</td><td>Tortue</td><td>$\left(\frac{7}{8}\right)^4 = \frac{2401}{4096} \approx 0,59$</td></tr><tr><td>Le loup et l'agneau</td><td>Agneau</td><td>$\frac{191}{216} \approx 0,88$</td></tr><tr><td>Le corbeau et le renard</td><td>Renard</td><td>$\frac{1159}{1875} \approx 0,62$</td></tr></table>						Le lièvre et la tortue	Tortue	$\left(\frac{7}{8}\right)^4 = \frac{2401}{4096} \approx 0,59$	Le loup et l'agneau	Agneau	$\frac{191}{216} \approx 0,88$	Le corbeau et le renard	Renard	$\frac{1159}{1875} \approx 0,62$			
Le lièvre et la tortue	Tortue	$\left(\frac{7}{8}\right)^4 = \frac{2401}{4096} \approx 0,59$																
Le loup et l'agneau	Agneau	$\frac{191}{216} \approx 0,88$																
Le corbeau et le renard	Renard	$\frac{1159}{1875} \approx 0,62$																
3 ^{ème} partie	<div>Nombre de tours de jeu maximum : (1 pt)</div> <div>4 tours</div> <div>Qui a le plus de chances de l'emporter ? (1 pt)</div> <div>Agneau</div>																	

2^{ème} partie : Calcul de probabilités

Le lièvre et la tortue : La tortue arrive toujours en 4 tours.

Le lièvre ne bouge (et gagne) que s'il obtient 8 sur le d8, donc 1/8 à chaque jet.

Pour que le lièvre perde, il ne doit pas faire 8 sur les 4 premiers jets : $p = \left(\frac{7}{8}\right)^4 = \frac{2401}{4096} \approx 0,59$

La tortue a le plus de chance de l'emporter, avec une probabilité de $\frac{2401}{4096}$

Le loup et l'agneau : L'agneau avance toujours d'au moins une case, il arrive au plus en 4 tours.

La loi de probabilité correspondant au nombre de tours nécessaires pour l'agneau est la suivante :

Nombre de tours	2 (2/2)	3 (les autres cas)	4 (1/1/1)
Probabilité	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{1}{8} = 0,125$

Le loup a autant de chance d'avancer de zéro, une ou deux cases.

La loi de probabilité correspondant au nombre de tours nécessaires pour le loup est la suivante :

Nombre de tours	2 (2/2)	3 (0/2/2 ou 1/1/2 ou 1/2/1 ou 1/2/2 ou 2/0/2 ou 2/1/1 ou 2/1/2)	4 ou + (les autres cas)
Probabilité	$\frac{1}{9} \approx 0,11$	$\frac{7}{27} \approx 0,26$	$\frac{17}{27} \approx 0,63$

Pour que le loup gagne, il doit :

Soit arriver en 2 coups (1/9) et que l'agneau n'arrive pas en deux coups (3/4) : $\frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$

Soit arriver en 3 coups (7/27) et que l'agneau arrive en quatre coups (1/8) : $\frac{7}{27} \times \frac{1}{8} = \frac{7}{216}$

La probabilité de victoire du loup est donc : $\frac{1}{12} + \frac{7}{216} = \frac{25}{216} \approx 0,12$

L'agneau a le plus de chance de l'emporter, avec une probabilité de $\frac{191}{216} \approx 0,88$

Le corbeau et le renard : Le renard avance toujours au moins d'une case, il arrive au plus en 4 tours.

La loi de probabilité correspondant au nombre de tours nécessaires pour le renard est la suivante :

Nombre de tours	2 (2/2)	3 (les autres cas)	4 (1/1/1)
Probabilité	$\frac{1}{9} \approx 0,11$	$\frac{16}{27} \approx 0,59$	$\frac{8}{27} \approx 0,30$

Les nombres premiers entre 1 et 20 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 (8 sur 20)

Le corbeau avance de 2 cases s'il obtient un nombre premier (2 chances sur 5), et ne bouge pas sinon (3 chances sur 5).

La loi de probabilité correspondant au nombre de tours nécessaires pour le corbeau est la suivante :

Nombre de tours	2 (2/2)	3 (0/2/2 ou 2/0/2)	4 (0/0/2/2 ou 0/2/0/2 ou 2/0/0/2)	5 ou + (les autres cas)
Probabilité	$\frac{4}{25} = 0,16$	$\frac{24}{125} = 0,192$	$\frac{108}{625} = 0,1728$	$\frac{297}{625} = 0,4752$

Pour que le corbeau gagne, il doit :

Soit arriver en 2 coups (4/25) : $\frac{4}{25}$

Soit arriver en 3 coups (24/125) et que le renard n'arrive pas en deux coups (8/9) : $\frac{24}{125} \times \frac{8}{9} = \frac{64}{375}$

Soit arriver en 4 coups (108/625) et que le renard arrive en quatre coups (8/27) : $\frac{108}{625} \times \frac{8}{27} = \frac{32}{625}$

La probabilité de victoire du corbeau est donc : $\frac{4}{25} + \frac{64}{375} + \frac{32}{625} = \frac{716}{1875} \approx 0,38$

Le renard a le plus de chance de l'emporter, avec une probabilité de $\frac{1159}{1875} \approx 0,62$

3^{ème} partie : Calcul de probabilités

Les 3 finalistes sont la Tortue, l'Agneau et le Renard.

Chacun des 3 arrive au maximum en 4 tours.

La durée maximum de la finale est donc de 4 tours.

La tortue arrive forcément en 4 tours, même si l'agneau et le renard arrivent aussi en 4 tours, ils sont devant elle grâce à l'ordre alphabétique. Donc la tortue ne peut pas gagner la finale.

Reprenons les lois de probabilité de l'agneau et du renard :

Agneau (nombre de tours)	2 (2/2)	3 (les autres cas)	4 (1/1/1/1)
Probabilité	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{1}{8} = 0,125$

Renard (nombre de tours)	2 (2/2)	3 (les autres cas)	4 (1/1/1/1)
Probabilité	$\frac{1}{9} \approx 0,11$	$\frac{16}{27} \approx 0,59$	$\frac{8}{27} \approx 0,30$

Pour que le renard gagne la finale, il doit :

Soit arriver en 2 coups (1/9) et que l'agneau n'arrive pas en deux coups (3/4) : $\frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$

Soit arriver en 3 coups (16/27) et que l'agneau arrive en quatre coups (1/8) : $\frac{16}{27} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{27}$

La probabilité de victoire du renard est donc : $\frac{1}{12} + \frac{2}{27} = \frac{17}{108} \approx 0,16$

L'agneau a le plus de chance de l'emporter, avec une probabilité de $\frac{91}{108} \approx 0,84$